


جدول زیر را در نظر بگیرید. در این جدول ضابطه و نمودار چند تابع ارائه شده است که از قبل با آنها آشنا هستیم. همچنین یکنوایی این تابع‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. به علاوه، مشتق هر کدام از این تابع‌ها، تعیین علامت شده است. جدول را کامل کنید.

ضابطه تابع	نمودار تابع	یکنوایی تابع	تابع مشتق	علامت مشتق
$g(x) = -x + 1$		<p>نزولی تابع g در \mathbb{R} اکیداً ... است</p>	$g'(x) = -1$	g' همواره ... است



الکثره
المتوسط
الاحتمال
الهندسة
الرياضيات
الفيزياء
الكيمياء
البيولوجيا
الاجتماعيات
اللغات
الفنون
العلوم
التكنولوجيا
البيئة
السلامة
الرياضة
السياحة
التاريخ
الجغرافيا
العلوم
الاجتماعيات
اللغات
الفنون
العلوم
التكنولوجيا
البيئة
السلامة
الرياضة
السياحة
التاريخ
الجغرافيا

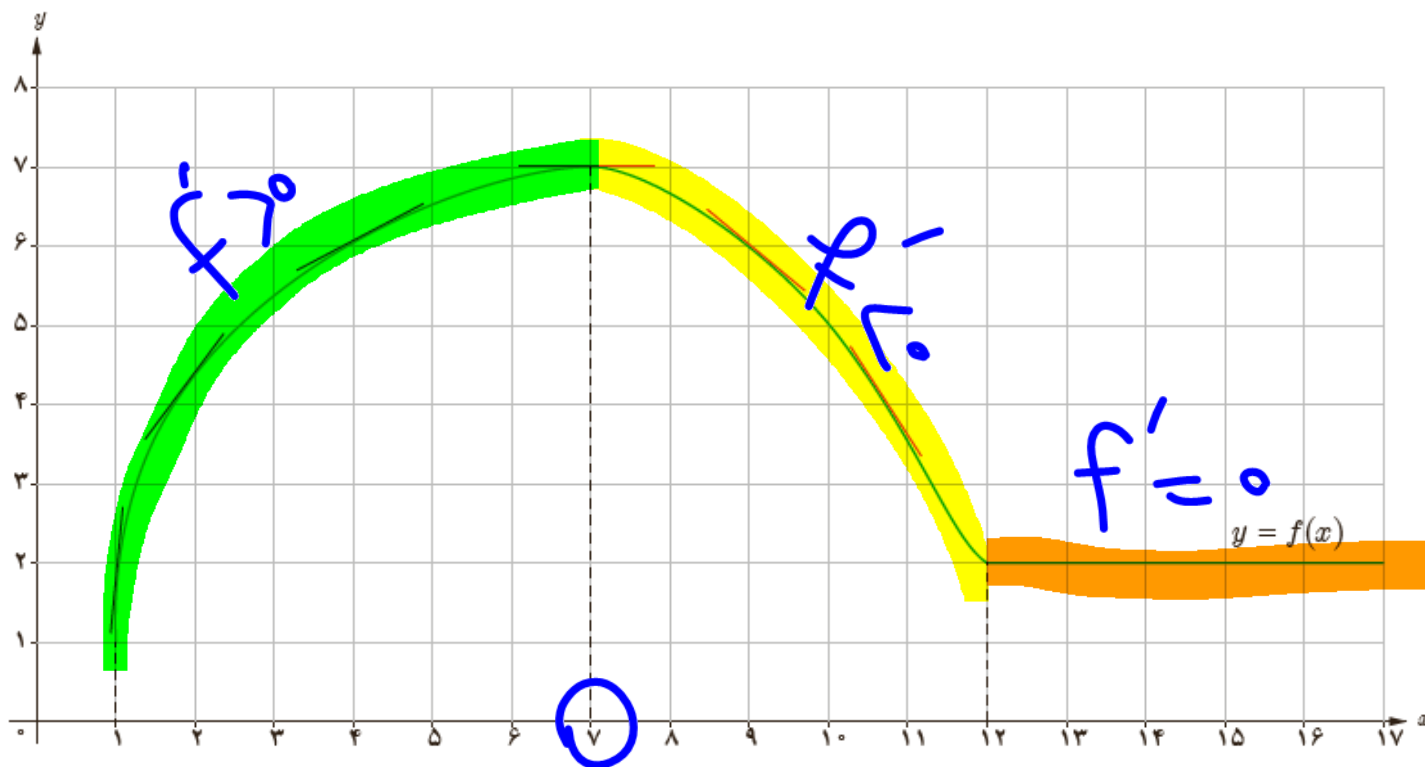
جدول زیر را در نظر بگیرید. در این جدول ضابطه و نمودار چند تابع ارائه شده است که از قبل با آنها آشنا هستیم. همچنین یکنوایی این تابع‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. به علاوه، مشتق هر کدام از این تابع‌ها، تعیین علامت شده است. جدول را کامل کنید.

ضابطه تابع	نمودار تابع	یکنوایی تابع	تابع مشتق	علامت مشتق
$u(x) = -\sqrt{x}$		<p>تابع u در $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی است</p>	$u'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$	<p>u' در $(0, +\infty)$، همواره منفی است</p>



مجموعه‌های مختلف از نمادهای ریاضی و علمی در حاشیه راست تصویر.

از فصل قبل می‌دانیم که مشتق هر تابع در یک نقطه، با شیب خط مماس بر نمودار تابع در آن نقطه برابر است. تابع زیر را در نظر بگیرید:

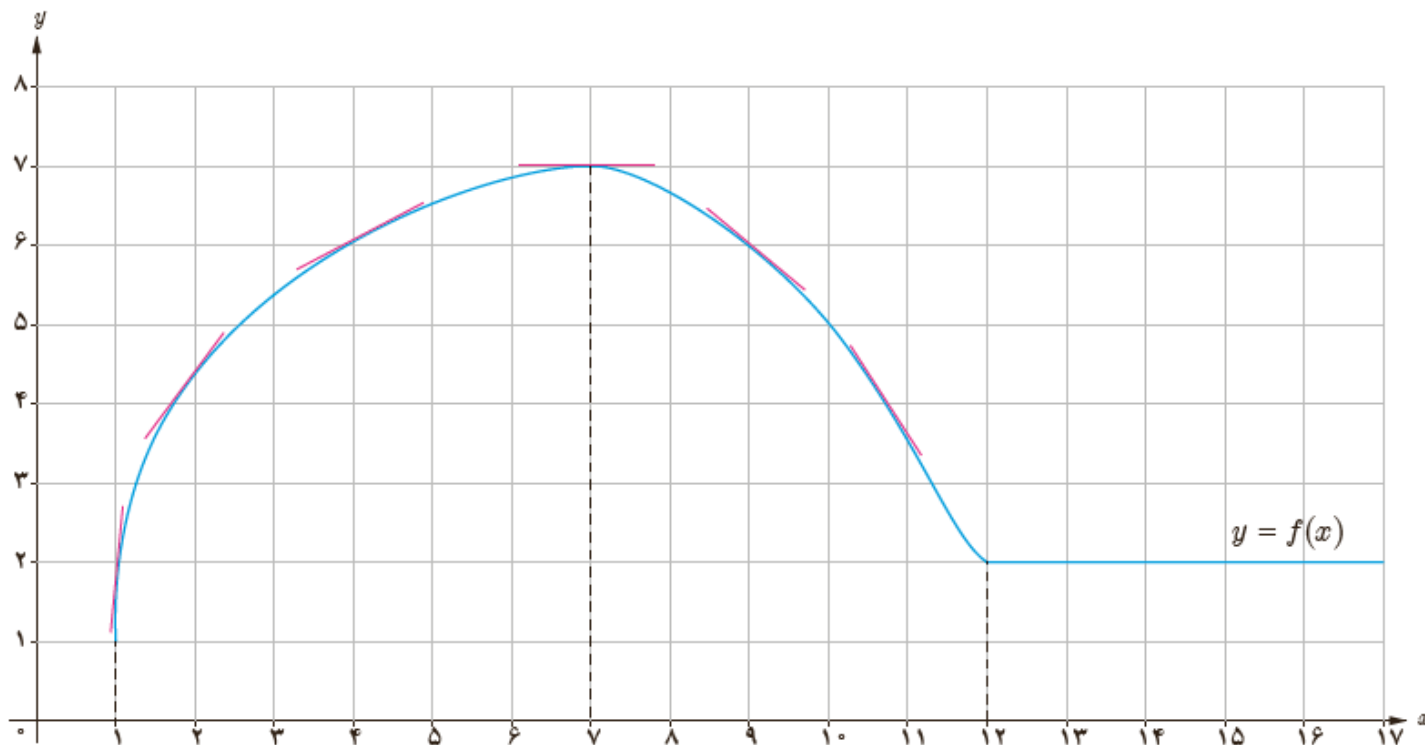


ملاحظه می‌شود که:

الف) در بازه $(1, 7)$ که f اکیداً صعودی است، شیب خط‌های مماس بر نمودار f ، مثبت است؛ بنابراین در این بازه علامت f' $+$ است.



از فصل قبل می‌دانیم که مشتق هر تابع در یک نقطه، با شیب خط مماس بر نمودار تابع در آن نقطه برابر است. تابع زیر را در نظر بگیرید:



ملاحظه می‌شود که:

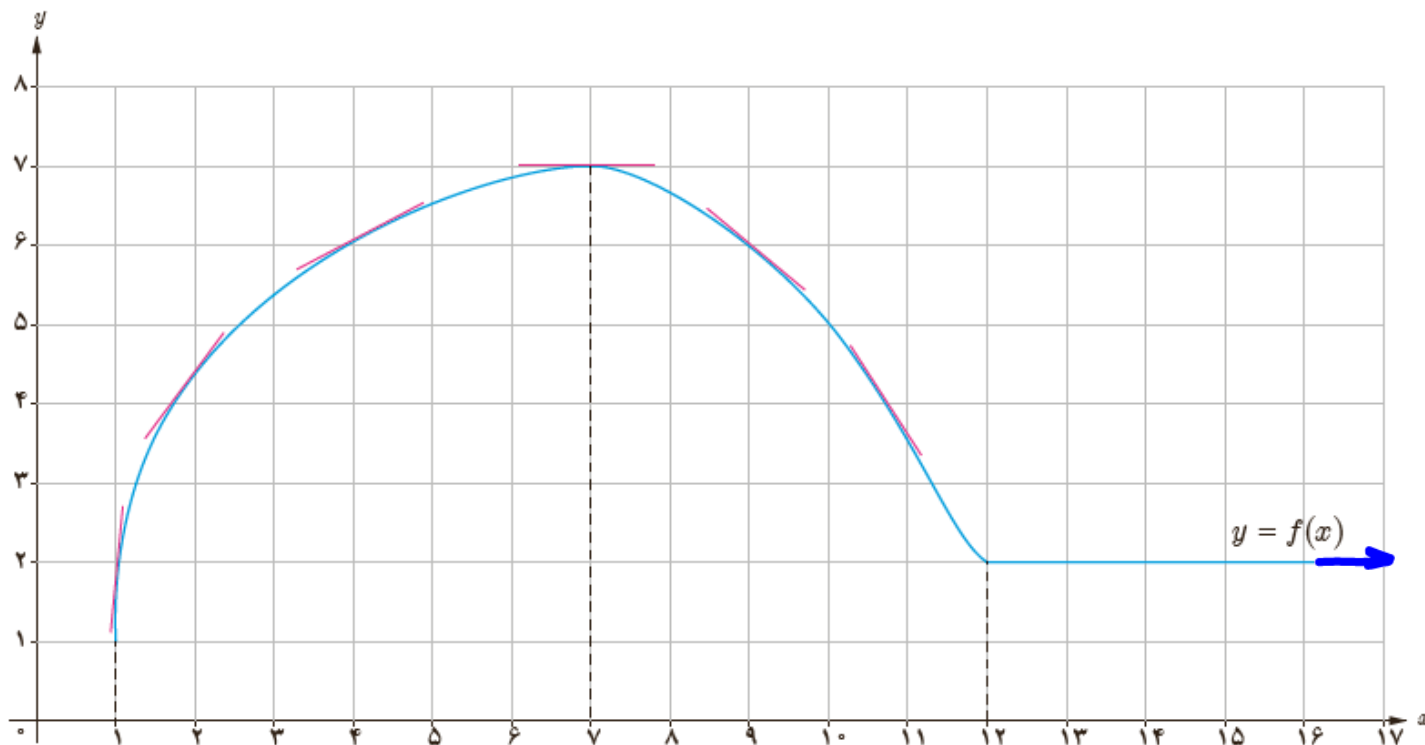
(ب) در بازه $(7, 12)$ که تابع اکیداً نزولی است، شیب خط‌های مماس بر نمودار f ، است؛ بنابراین در این بازه علامت f' است.



الکثره
المنهج
العلمی
الطبیعی
الرياضی
الاجتماعی
الإنسانی
الطبیعی
الاجتماعی
الرياضی

از فصل قبل می‌دانیم که مشتق هر تابع در یک نقطه، با شیب خط مماس بر نمودار تابع در آن نقطه برابر است. تابع زیر را در نظر بگیرید:

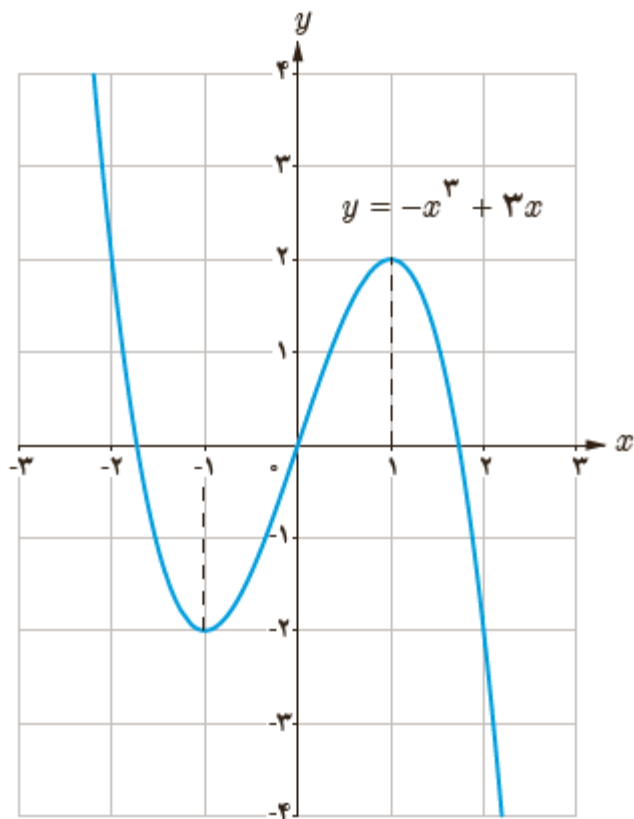
$f'(x) > 0$: $x < 7$
 $f'(x) = 0$: $x = 7$
 $f'(x) < 0$: $x > 7$



ملاحظه می‌شود که:

پ) در بازه $(12, +\infty)$ که تابع، مقدار ثابت دارد، مقدار f' برابر 0 است.





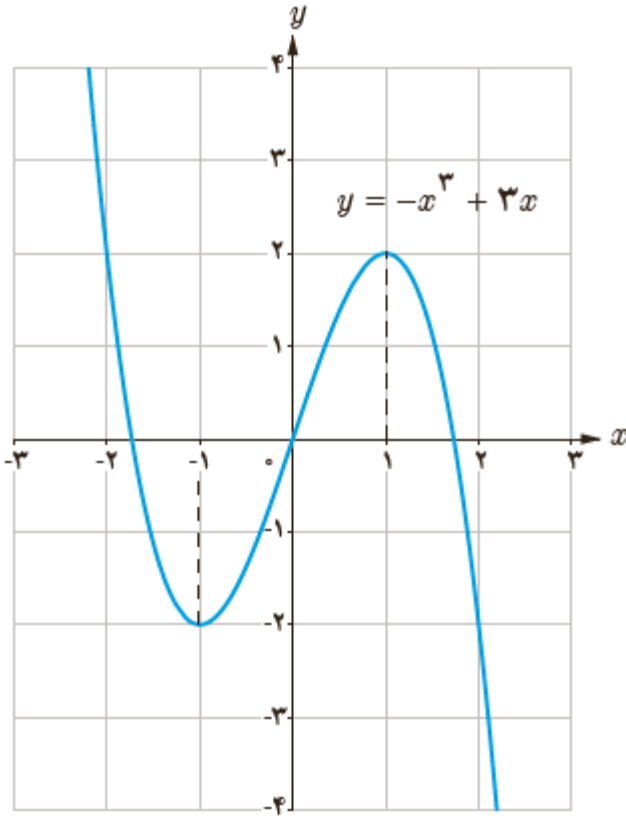
۱ (ب) آیا $f'(2)$ موجود است؟ چرا؟
 خیر
 تابع در $x=2$ نقطه گوشه دارد



الکتریک
 هندسه
 الفبای
 الفبای
 الفبای

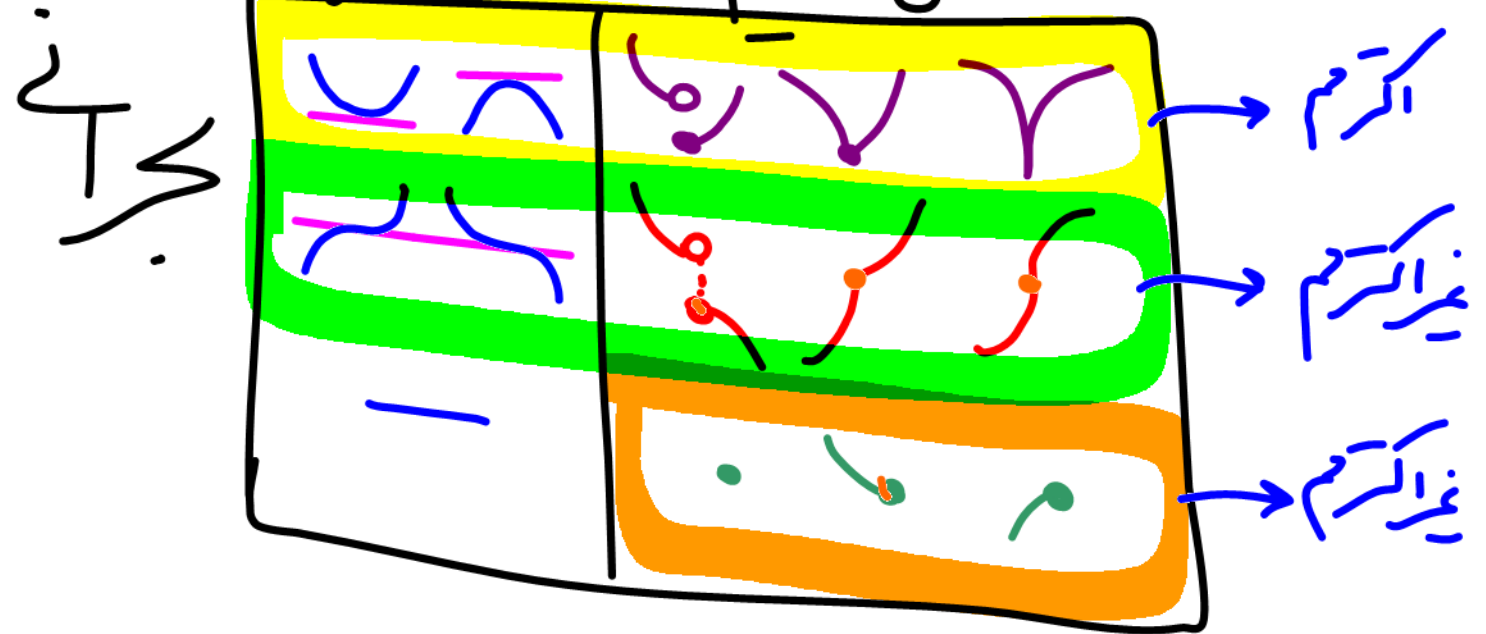
کار در کلاس

$C \in D_f$ ← منحنی‌هاست یا مستوی وجود ندارد



۱) آیا $x = 2$ طول نقطه بحرانی تابع است؟ چرا؟

منحنی‌هاست
مستوی نداریم



کارخانه

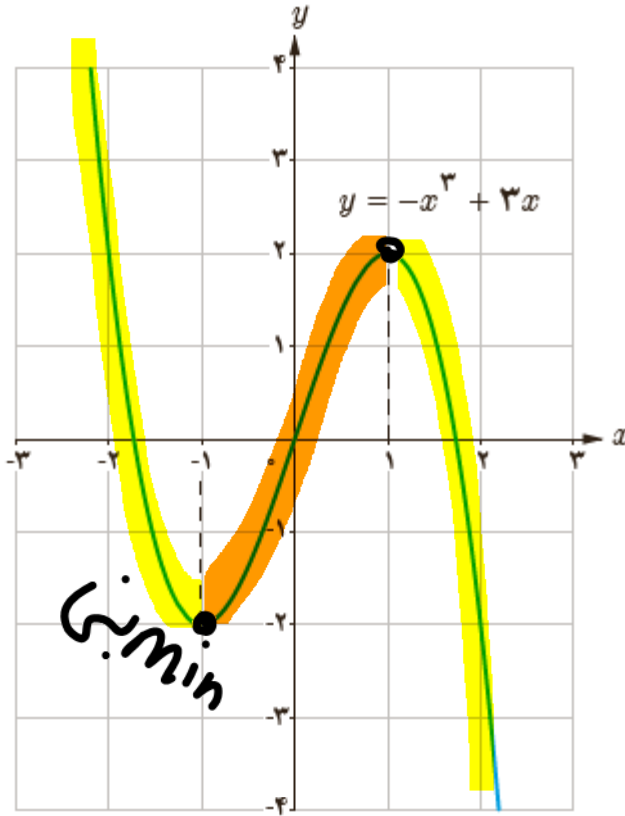


مجموعه سوالات و پاسخ‌ها
مجموعه سوالات و پاسخ‌ها
مجموعه سوالات و پاسخ‌ها

۲ نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x$ را رسم کرده ایم.

الف) طول‌های نقاط اکسترمم نسبی f را تعیین کنید.

۱، ۱-



MAX

min

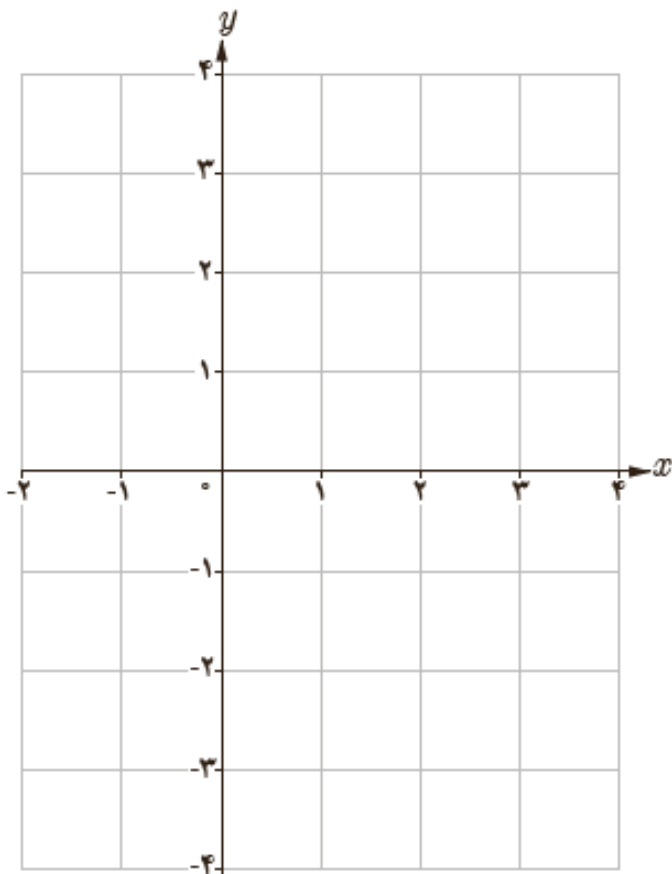


فصل ۲
توانایی
الگوریتم
تجزیه
تجزیه
تجزیه

۳ تابع با ضابطه $f(x) = -x^2 + 2x + 2$ را در نظر بگیرید. f همواره مشتق پذیر است.
الف) $f'(x)$ را به دست آورید.

$$f'(x) = -2x + 2 = 0$$

$$1 = x$$



۲ جدولی مشابه جدول بالا برای تابع $g(x) = x^3 - 3x^2$ رسم کنید که نقاط اکسترمم نسبی

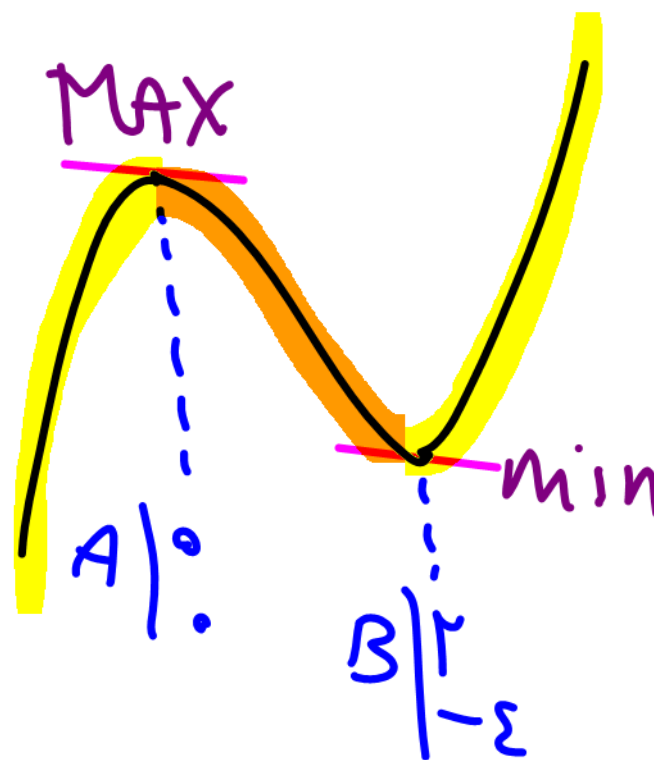
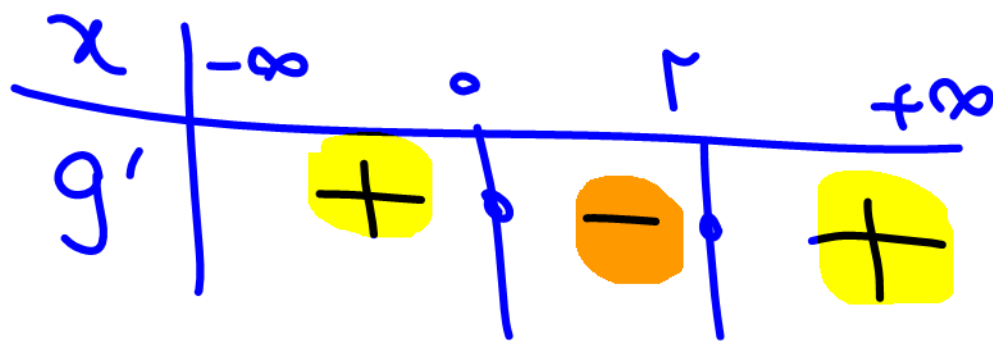
تابع در آن مشخص شده باشد.

$$g'(x) = 3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$x = 0 \qquad x = 2$$

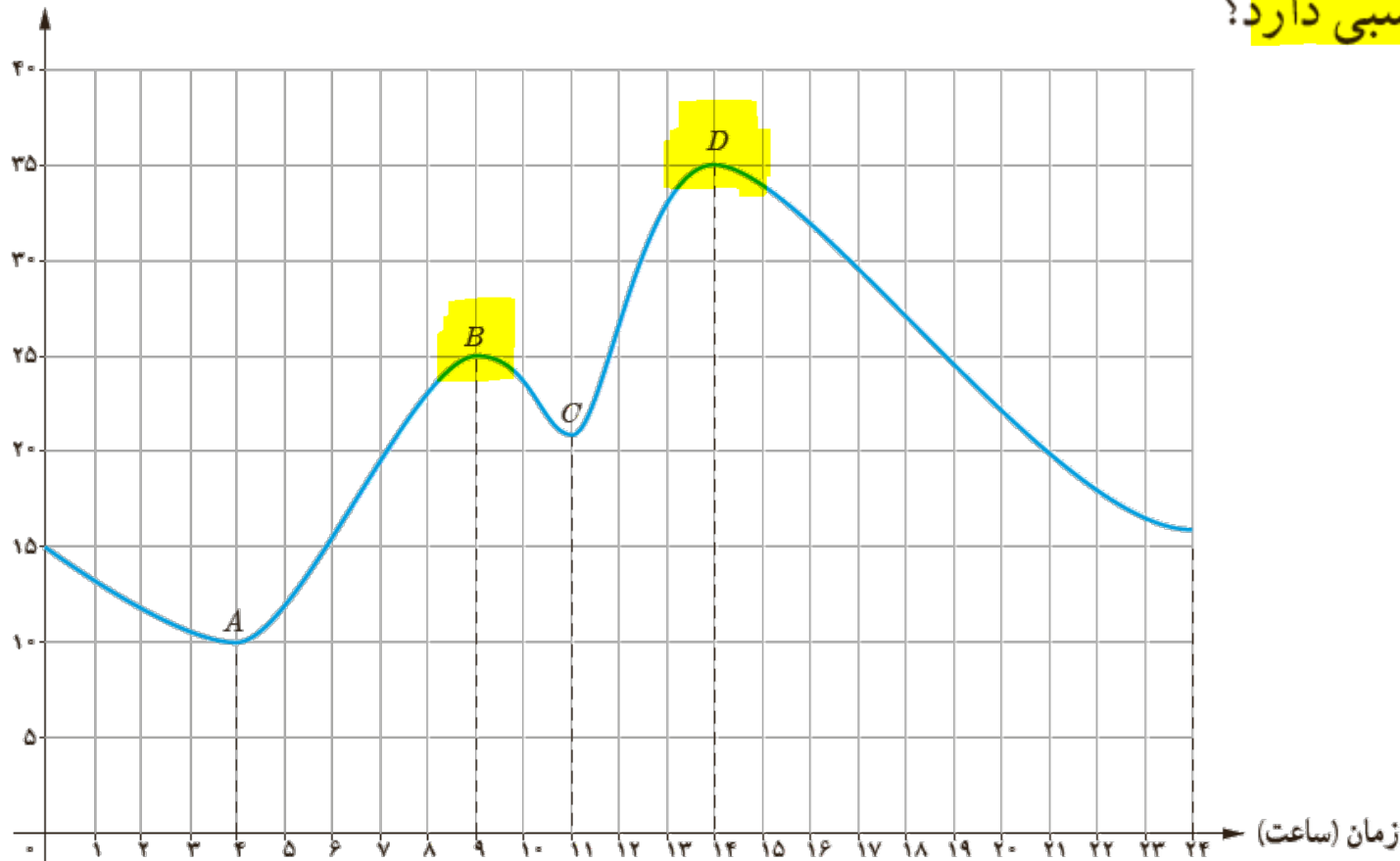


الکتریک
مغناطیس
فیزیک
ریاضیات
شیمی
بیولوژی
تاریخ
ادبیات
هنر
ورزش

نمودار زیر نشان‌دهنده تغییرات دمایی برای یک شهر در طی ۲۴ ساعت است.

الف) تابع مقابل در چه نقاطی **ماکزیمم نسبی** دارد؟

دما (سانتی‌گراد)

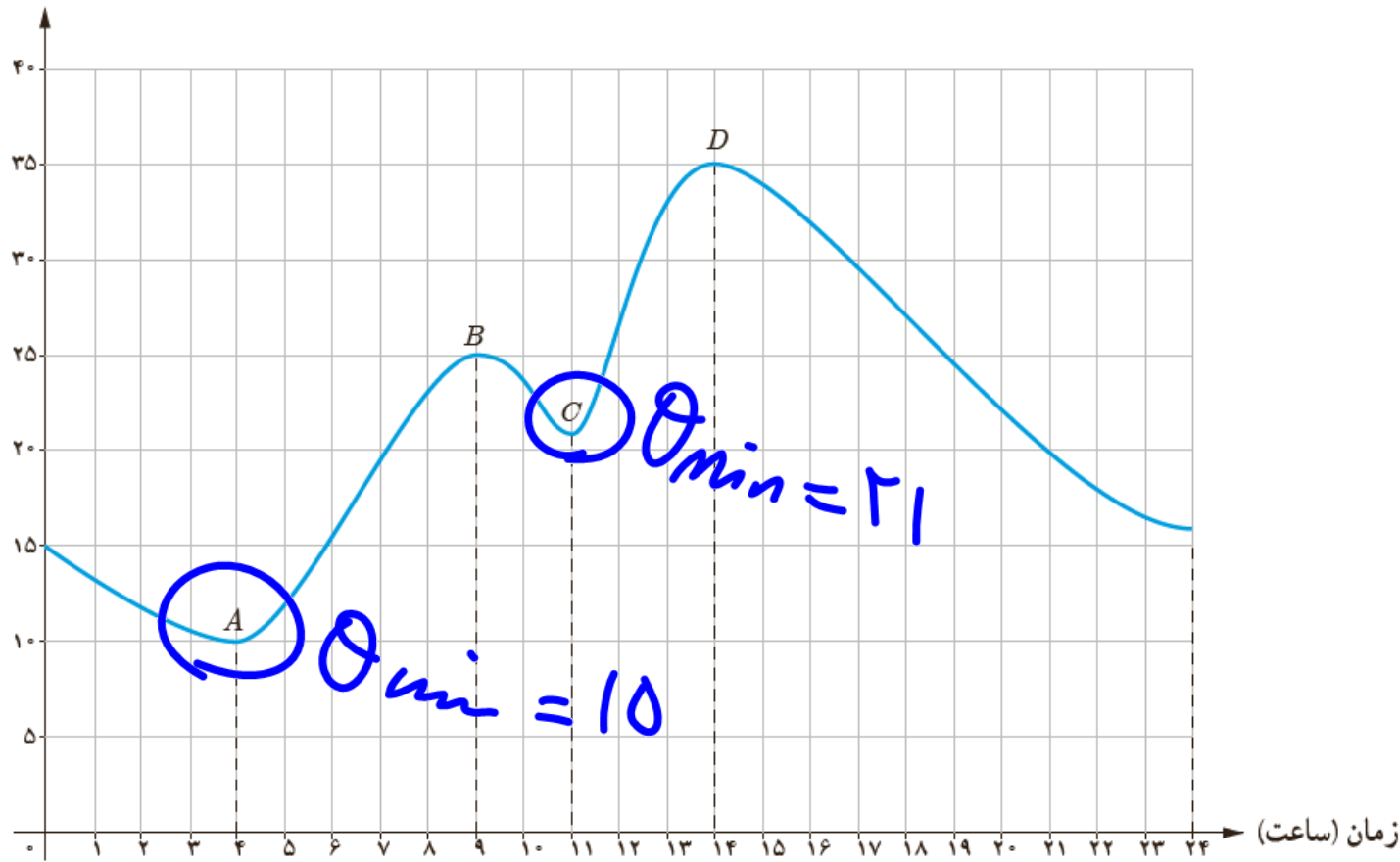


الکبریا
عبدالله
محمد
علی
رضا
فرمان

نمودار زیر نشان دهنده تغییرات دمایی برای یک شهر در طی ۲۴ ساعت است.

ت) مقادیر مینیمم نسبی تابع کدام اند؟

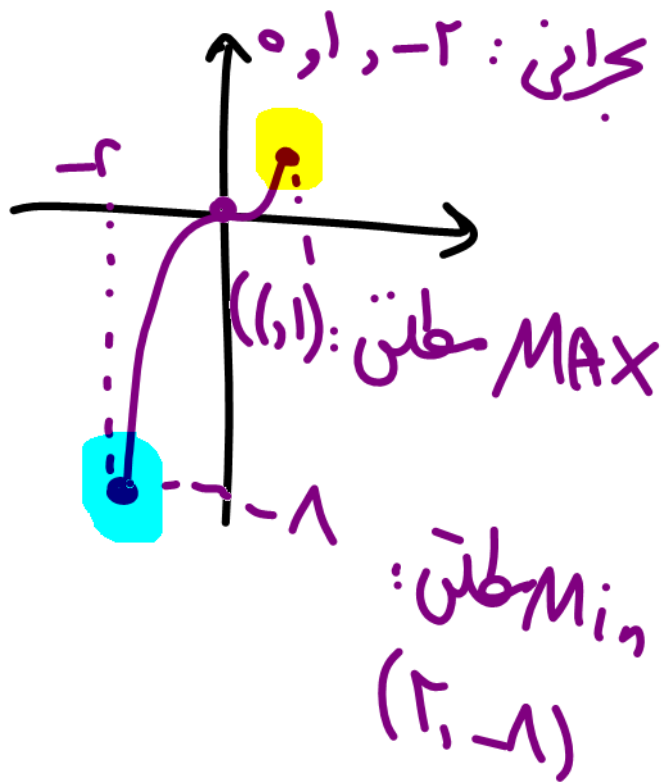
دما (سانتی‌گراد)



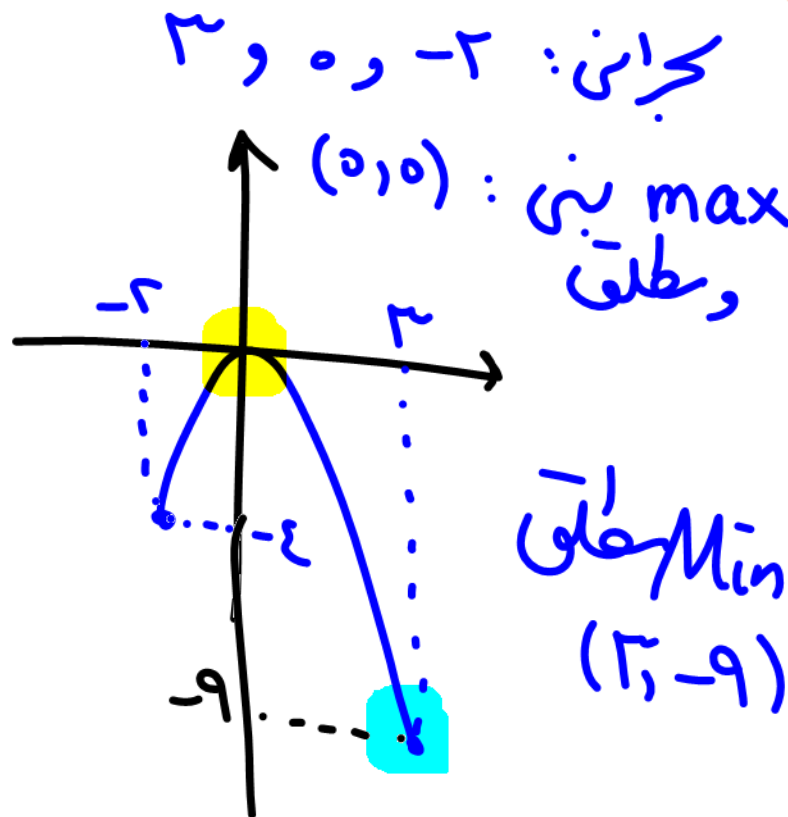
الکتریک
مغناطیس
فیزیک
ریاضیات
شیمی
زیست‌شناسی
تاریخ
ادبیات
علوم

۲ به کمک رسم نمودار تابع، مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق تابع‌های زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

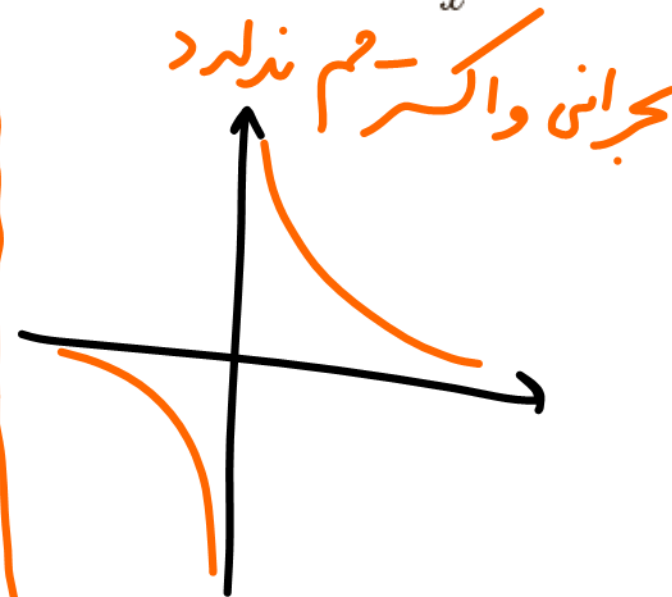
الف) $t(x) = x^3; x \in [-2, 1]$



ب) $g(x) = -x^2; x \in [-2, 3]$

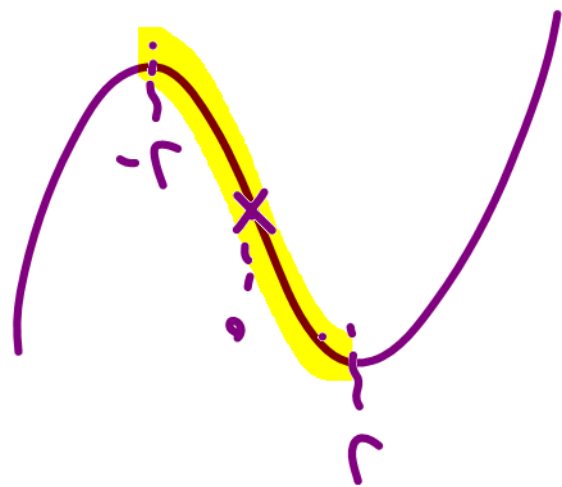


پ) $u(x) = \frac{1}{x}$



۱ بزرگ‌ترین بازه از \mathbb{R} که تابع $f(x) = x^2 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، کدام است؟ چرا؟

x	$-\infty$				∞
f'	+	0	-	0	+
	ص		ص		ص



$$(-\infty, 6]$$

$$y' < 0 \Rightarrow f'(x) = 2x - 12 < 0$$

$$\Rightarrow 2x < 12$$

$$\Rightarrow x < 6$$

$$\Rightarrow x < 6$$

$$\Rightarrow x < 6$$



مجموعه‌های ریاضی
 هندسه
 جبر
 حسابان
 آمار و احتمال
 معادلات
 توابع
 مشتق
 انتگرال
 هندسه تحلیلی
 هندسه فضا
 جبر خطی
 معادلات دیفرانسیل
 حسابان چندمتغیره
 آمار و احتمال پیشرفته
 معادلات دیفرانسیل پیشرفته
 هندسه فضا پیشرفته
 جبر خطی پیشرفته
 حسابان چندمتغیره پیشرفته



الف) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

$$f'(x) = 0 = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}$$

$x = 0$

زیرا اریقال $f'(x) = 0$ میزند

$$\Rightarrow 4-x^2 = 0 \Rightarrow$$

$x = \pm 2$



نقاط بحرانی توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

ب) $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

$$g'(x) = 0 = 3x^2 + 6x$$

$$3x(x+2) = 0 \Rightarrow$$

$x = 0, -2$

g' میزند

میزنیم

پ) $h(x) = \sqrt[3]{x}$

$$h'(x) = 0 = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

h' میزند

میزند

$x = 0$



فصل ۲
۲
۳
۴
۵
۶
۷
۸
۹
۱۰
۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶
۱۷
۱۸
۱۹
۲۰
۲۱
۲۲
۲۳
۲۴
۲۵
۲۶
۲۷
۲۸
۲۹
۳۰
۳۱
۳۲
۳۳
۳۴
۳۵
۳۶
۳۷
۳۸
۳۹
۴۰
۴۱
۴۲
۴۳
۴۴
۴۵
۴۶
۴۷
۴۸
۴۹
۵۰
۵۱
۵۲
۵۳
۵۴
۵۵
۵۶
۵۷
۵۸
۵۹
۶۰
۶۱
۶۲
۶۳
۶۴
۶۵
۶۶
۶۷
۶۸
۶۹
۷۰
۷۱
۷۲
۷۳
۷۴
۷۵
۷۶
۷۷
۷۸
۷۹
۸۰
۸۱
۸۲
۸۳
۸۴
۸۵
۸۶
۸۷
۸۸
۸۹
۹۰
۹۱
۹۲
۹۳
۹۴
۹۵
۹۶
۹۷
۹۸
۹۹
۱۰۰

۴ در هر یک از توابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

A | x^3 | B | -15

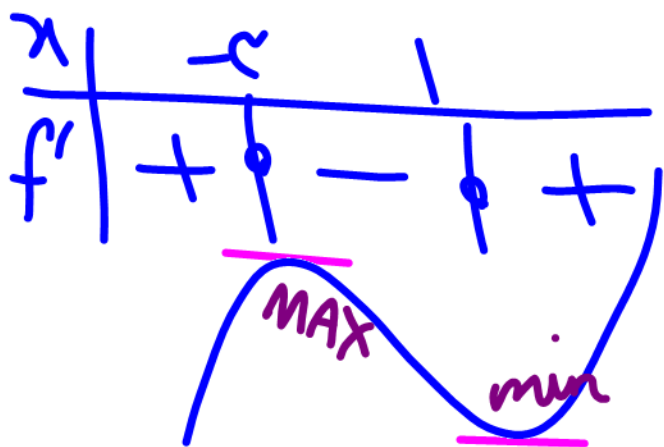
C | -16 | D | 11

الف) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$

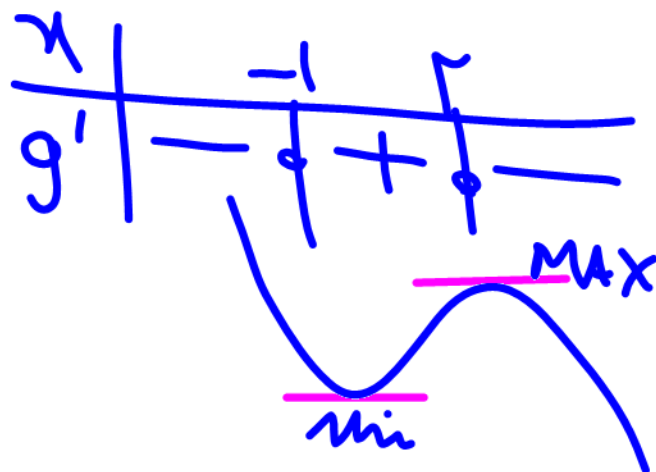
ب) $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$

پ) $h(x) = -x^3 - 3x + 2$

$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 0$
 $x = 1, -3$



$g'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0$
 $x = -1, x = 2$



$h' = -3x^2 - 3 = 0$

ایضاً ندارد
 ↘
 بحرانی ندارد



۵. مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق توابع زیر را در بازه‌های مشخص شده، در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13$; $x \in [-1, 2]$

ب) $g(x) = x^2 + 2x - 5$; $x \in [-2, 1]$

$f' = -6x^2 + 18x$

$-6x(x-3) = 0$

$g'(x) = 2x + 2 = 0$

پایه

x	حرجی	سرته	
y	-13 min	-2	2 MAX

x	حرجی	سرته	
y	-4 Min	-2	1 MAX



مجموعه‌های مختلف از نمادهای ریاضی و هندسی در حاشیه راست تصویر.

اگر $M(\alpha, \beta)$ اکسترمم نسبی است

$$① f(\alpha) = \beta$$

$$② f'(\alpha) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

۶ اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

عند جذبه لبر، مشتق نبره

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + 4b + d = 0$$

کراتی

$$f' = 0$$

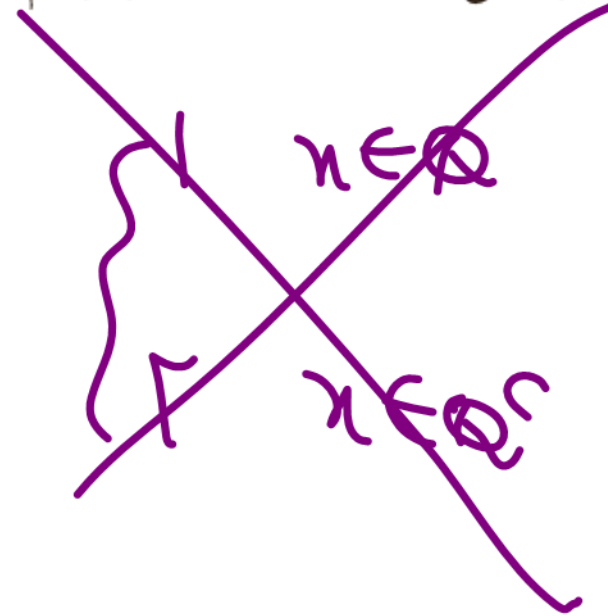
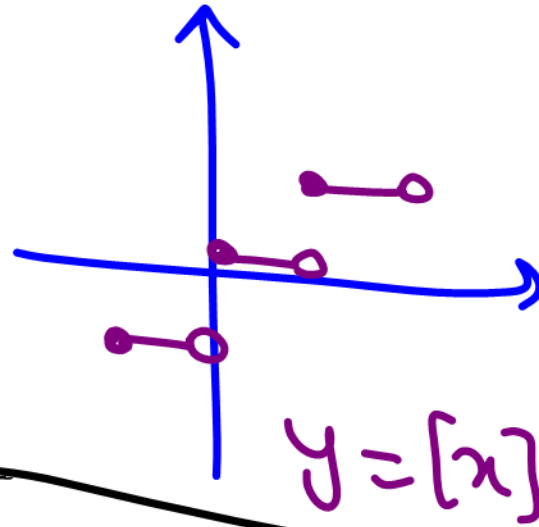
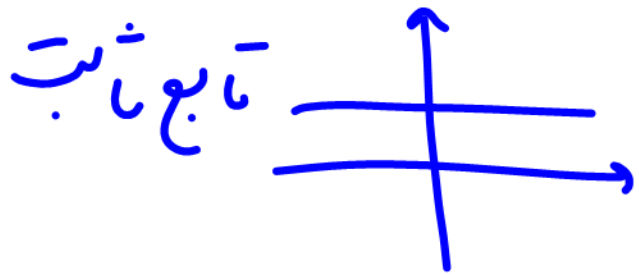
$$f'(2) = 0 \Rightarrow 3(2)^2 + 2b(2) = 0$$

$$\Rightarrow b = -3 \quad \text{و} \quad 8 + 4(-3) + d = 0 \Rightarrow d = 4$$

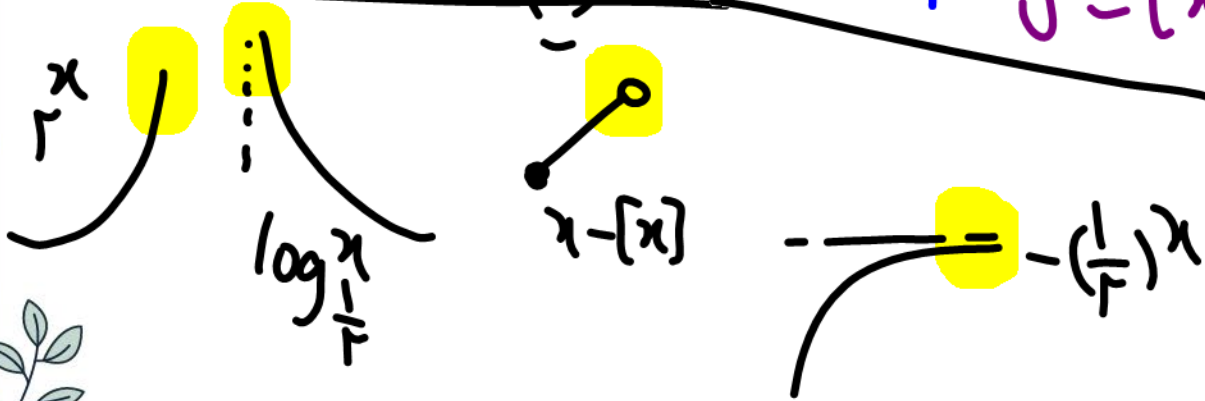


بسیار

۷ نمودار تابعی مانند f با دامنه \mathbb{R} را رسم کنید به طوری که هر نقطه دلخواه از D_f ، یک نقطه بحرانی f باشد. مسئله چند جواب دارد؟



ما نیزیم حلقو بنذاره!



الجزء الثاني
المعبرية

۲ جدول زیر را مورد توجه قرار دهید که در آن ابعاد و مساحت چند مستطیل با محیط ۱۴ واحد آمده است.

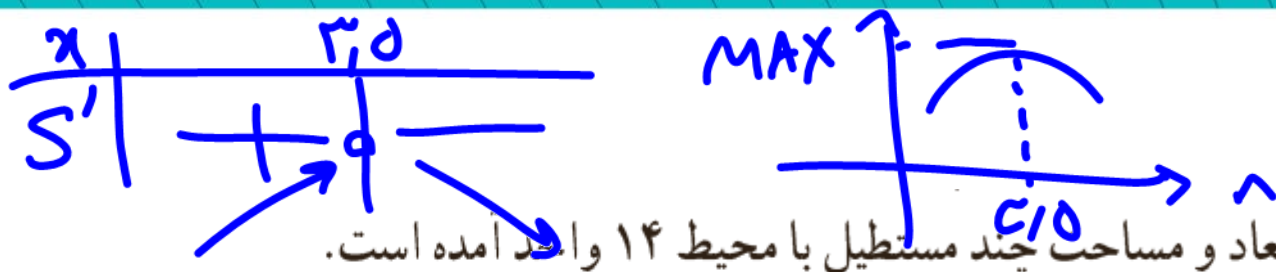
ابعاد مستطیل	$0/5 \times 6/5$	1×6	2×5	$2/5 \times 4/5$	3×4	$3/2 \times 3/1$	$6/5 \times 3/5$
محیط مستطیل	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴
مساحت	$3/25$	۶	۱۰	$11/25$	۱۲	$12/16$	$12/25$

الف) در این جدول، بزرگ‌ترین عددی که برای مساحت مستطیل دیده می‌شود، $12/16$ است. اگر برای طول و عرض مستطیل تنها به اعداد طبیعی محدود نباشیم، آیا می‌توانید مستطیل دیگری با محیط ۱۴ واحد ارائه کنید که مساحت آن از عدد $12/16$ واحد مربع هم بزرگ‌تر باشد؟

بله



الکساندریا
۲۰۲۱
۱۴۰۲
۱۴۰۱
۱۴۰۰
۱۳۹۹
۱۳۹۸
۱۳۹۷
۱۳۹۶
۱۳۹۵
۱۳۹۴
۱۳۹۳
۱۳۹۲
۱۳۹۱
۱۳۹۰
۱۳۸۹
۱۳۸۸
۱۳۸۷
۱۳۸۶
۱۳۸۵
۱۳۸۴
۱۳۸۳
۱۳۸۲
۱۳۸۱
۱۳۸۰
۱۳۷۹
۱۳۷۸
۱۳۷۷
۱۳۷۶
۱۳۷۵
۱۳۷۴
۱۳۷۳
۱۳۷۲
۱۳۷۱
۱۳۷۰
۱۳۶۹
۱۳۶۸
۱۳۶۷
۱۳۶۶
۱۳۶۵
۱۳۶۴
۱۳۶۳
۱۳۶۲
۱۳۶۱
۱۳۶۰
۱۳۵۹
۱۳۵۸
۱۳۵۷
۱۳۵۶
۱۳۵۵
۱۳۵۴
۱۳۵۳
۱۳۵۲
۱۳۵۱
۱۳۵۰
۱۳۴۹
۱۳۴۸
۱۳۴۷
۱۳۴۶
۱۳۴۵
۱۳۴۴
۱۳۴۳
۱۳۴۲
۱۳۴۱
۱۳۴۰
۱۳۳۹
۱۳۳۸
۱۳۳۷
۱۳۳۶
۱۳۳۵
۱۳۳۴
۱۳۳۳
۱۳۳۲
۱۳۳۱
۱۳۳۰
۱۳۲۹
۱۳۲۸
۱۳۲۷
۱۳۲۶
۱۳۲۵
۱۳۲۴
۱۳۲۳
۱۳۲۲
۱۳۲۱
۱۳۲۰
۱۳۱۹
۱۳۱۸
۱۳۱۷
۱۳۱۶
۱۳۱۵
۱۳۱۴
۱۳۱۳
۱۳۱۲
۱۳۱۱
۱۳۱۰
۱۳۰۹
۱۳۰۸
۱۳۰۷
۱۳۰۶
۱۳۰۵
۱۳۰۴
۱۳۰۳
۱۳۰۲
۱۳۰۱
۱۳۰۰
۱۲۹۹
۱۲۹۸
۱۲۹۷
۱۲۹۶
۱۲۹۵
۱۲۹۴
۱۲۹۳
۱۲۹۲
۱۲۹۱
۱۲۹۰
۱۲۸۹
۱۲۸۸
۱۲۸۷
۱۲۸۶
۱۲۸۵
۱۲۸۴
۱۲۸۳
۱۲۸۲
۱۲۸۱
۱۲۸۰
۱۲۷۹
۱۲۷۸
۱۲۷۷
۱۲۷۶
۱۲۷۵
۱۲۷۴
۱۲۷۳
۱۲۷۲
۱۲۷۱
۱۲۷۰
۱۲۶۹
۱۲۶۸
۱۲۶۷
۱۲۶۶
۱۲۶۵
۱۲۶۴
۱۲۶۳
۱۲۶۲
۱۲۶۱
۱۲۶۰
۱۲۵۹
۱۲۵۸
۱۲۵۷
۱۲۵۶
۱۲۵۵
۱۲۵۴
۱۲۵۳
۱۲۵۲
۱۲۵۱
۱۲۵۰
۱۲۴۹
۱۲۴۸
۱۲۴۷
۱۲۴۶
۱۲۴۵
۱۲۴۴
۱۲۴۳
۱۲۴۲
۱۲۴۱
۱۲۴۰
۱۲۳۹
۱۲۳۸
۱۲۳۷
۱۲۳۶
۱۲۳۵
۱۲۳۴
۱۲۳۳
۱۲۳۲
۱۲۳۱
۱۲۳۰
۱۲۲۹
۱۲۲۸
۱۲۲۷
۱۲۲۶
۱۲۲۵
۱۲۲۴
۱۲۲۳
۱۲۲۲
۱۲۲۱
۱۲۲۰
۱۲۱۹
۱۲۱۸
۱۲۱۷
۱۲۱۶
۱۲۱۵
۱۲۱۴
۱۲۱۳
۱۲۱۲
۱۲۱۱
۱۲۱۰
۱۲۰۹
۱۲۰۸
۱۲۰۷
۱۲۰۶
۱۲۰۵
۱۲۰۴
۱۲۰۳
۱۲۰۲
۱۲۰۱
۱۲۰۰
۱۱۹۹
۱۱۹۸
۱۱۹۷
۱۱۹۶
۱۱۹۵
۱۱۹۴
۱۱۹۳
۱۱۹۲
۱۱۹۱
۱۱۹۰
۱۱۸۹
۱۱۸۸
۱۱۸۷
۱۱۸۶
۱۱۸۵
۱۱۸۴
۱۱۸۳
۱۱۸۲
۱۱۸۱
۱۱۸۰
۱۱۷۹
۱۱۷۸
۱۱۷۷
۱۱۷۶
۱۱۷۵
۱۱۷۴
۱۱۷۳
۱۱۷۲
۱۱۷۱
۱۱۷۰
۱۱۶۹
۱۱۶۸
۱۱۶۷
۱۱۶۶
۱۱۶۵
۱۱۶۴
۱۱۶۳
۱۱۶۲
۱۱۶۱
۱۱۶۰
۱۱۵۹
۱۱۵۸
۱۱۵۷
۱۱۵۶
۱۱۵۵
۱۱۵۴
۱۱۵۳
۱۱۵۲
۱۱۵۱
۱۱۵۰
۱۱۴۹
۱۱۴۸
۱۱۴۷
۱۱۴۶
۱۱۴۵
۱۱۴۴
۱۱۴۳
۱۱۴۲
۱۱۴۱
۱۱۴۰
۱۱۳۹
۱۱۳۸
۱۱۳۷
۱۱۳۶
۱۱۳۵
۱۱۳۴
۱۱۳۳
۱۱۳۲
۱۱۳۱
۱۱۳۰
۱۱۲۹
۱۱۲۸
۱۱۲۷
۱۱۲۶
۱۱۲۵
۱۱۲۴
۱۱۲۳
۱۱۲۲
۱۱۲۱
۱۱۲۰
۱۱۱۹
۱۱۱۸
۱۱۱۷
۱۱۱۶
۱۱۱۵
۱۱۱۴
۱۱۱۳
۱۱۱۲
۱۱۱۱
۱۱۱۰
۱۱۰۹
۱۱۰۸
۱۱۰۷
۱۱۰۶
۱۱۰۵
۱۱۰۴
۱۱۰۳
۱۱۰۲
۱۱۰۱
۱۱۰۰
۱۰۹۹
۱۰۹۸
۱۰۹۷
۱۰۹۶
۱۰۹۵
۱۰۹۴
۱۰۹۳
۱۰۹۲
۱۰۹۱
۱۰۹۰
۱۰۸۹
۱۰۸۸
۱۰۸۷
۱۰۸۶
۱۰۸۵
۱۰۸۴
۱۰۸۳
۱۰۸۲
۱۰۸۱
۱۰۸۰
۱۰۷۹
۱۰۷۸
۱۰۷۷
۱۰۷۶
۱۰۷۵
۱۰۷۴
۱۰۷۳
۱۰۷۲
۱۰۷۱
۱۰۷۰
۱۰۶۹
۱۰۶۸
۱۰۶۷
۱۰۶۶
۱۰۶۵
۱۰۶۴
۱۰۶۳
۱۰۶۲
۱۰۶۱
۱۰۶۰
۱۰۵۹
۱۰۵۸
۱۰۵۷
۱۰۵۶
۱۰۵۵
۱۰۵۴
۱۰۵۳
۱۰۵۲
۱۰۵۱
۱۰۵۰
۱۰۴۹
۱۰۴۸
۱۰۴۷
۱۰۴۶
۱۰۴۵
۱۰۴۴
۱۰۴۳
۱۰۴۲
۱۰۴۱
۱۰۴۰
۱۰۳۹
۱۰۳۸
۱۰۳۷
۱۰۳۶
۱۰۳۵
۱۰۳۴
۱۰۳۳
۱۰۳۲
۱۰۳۱
۱۰۳۰
۱۰۲۹
۱۰۲۸
۱۰۲۷
۱۰۲۶
۱۰۲۵
۱۰۲۴
۱۰۲۳
۱۰۲۲
۱۰۲۱
۱۰۲۰
۱۰۱۹
۱۰۱۸
۱۰۱۷
۱۰۱۶
۱۰۱۵
۱۰۱۴
۱۰۱۳
۱۰۱۲
۱۰۱۱
۱۰۱۰
۱۰۰۹
۱۰۰۸
۱۰۰۷
۱۰۰۶
۱۰۰۵
۱۰۰۴
۱۰۰۳
۱۰۰۲
۱۰۰۱
۱۰۰۰



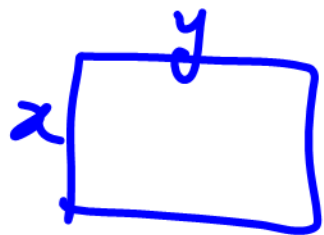
جدول زیر را مورد توجه قرار دهید که در آن ابعاد و مساحت چند مستطیل با محیط ۱۴ واحد آمده است.

ابعاد مستطیل	۰/۵×۶/۵	۱×۶	۲×۵	۲/۵×۴/۵	۳×۴	۳/۲×۳/۸	...
محیط مستطیل	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴
مساحت	۳/۲۵	۶	۱۰	۱۱/۲۵	۱۲	۱۲/۱۶	...

عرض = طول

ب) برای حالتی که مساحت مستطیل بزرگ‌ترین مقدار ممکن می‌شود، چه حدسی می‌زنید؟

درستی نتیجه‌ای را که در این فعالیت حدس زدیم، در مثال بعد با استفاده از مشتق بررسی می‌کنیم.



$$x + y = 14 \Rightarrow y = 14 - x$$

$$S = xy = x(14 - x) = 14x - x^2 \rightarrow S' = 14 - 2x = 0$$

$$x = 7, 5$$

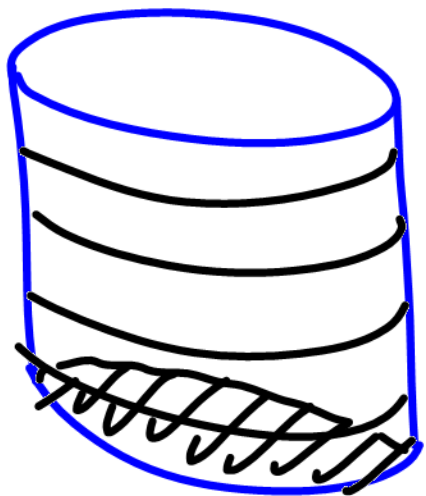


مجموعه‌های مختلف از اشکال هندسی و نمادهای ریاضی در حاشیه راست تصویر قرار دارند.

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi r^2} \left\{ \begin{array}{l} 2\pi r = \frac{2000}{r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{1000}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}} \end{array} \right.$$

۱ می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار

فلز به کار رفته در تولید آن **مینیمم** شود.



$$V = 1000 \text{ cm}^3 = \pi r^2 h \rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2}$$

معادله: $S = S_w + \pi r^2 = 2\pi r h + \pi r^2$
($2\pi r h$)

$$S = \pi r^2 + 2\pi r \frac{1000}{\pi r^2} = \pi r^2 + \frac{2000}{r} \Rightarrow S' = 2\pi r - \frac{2000}{r^2} = 0$$



مجموعه‌های ریاضی

$$\text{هزینه حرکت در یک کیلومتر} = \frac{\text{زمان حرکت}}{1 \text{ km}} \times \text{هزینه حرکت}$$

۲ هزینه سوخت یک قطار در هر ساعت برای حرکت با سرعت v کیلومتر بر ساعت، برابر $320v^2$ تومان است. همچنین سایر هزینه‌ها برای هر ساعت، صرف نظر از سرعت قطار، برابر 800000 تومان می‌باشد. قطار با چه سرعتی حرکت کند تا هزینه آن در یک کیلومتر،

کمترین مقدار ممکن باشد.

$$v \geq 50 \text{ km/h}$$

$$\text{price} = 320 \cdot v^2 + 800000$$

متغیر در حرکت

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{1 \text{ km}}{v}$$

$$P(v) = \frac{320 \cdot v^2 + 800000}{v}$$

$$P' = 320 - \frac{800000}{v^2} = 0 \Rightarrow 320 \cdot v^2 = 800000 \Rightarrow v^2 = 2500$$



۳ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

$$P = xy = x(x-10) \qquad x - y = 10$$

بجای

$$P(x) = x^2 - 10x$$

$$P' = 2x - 10 = 0$$

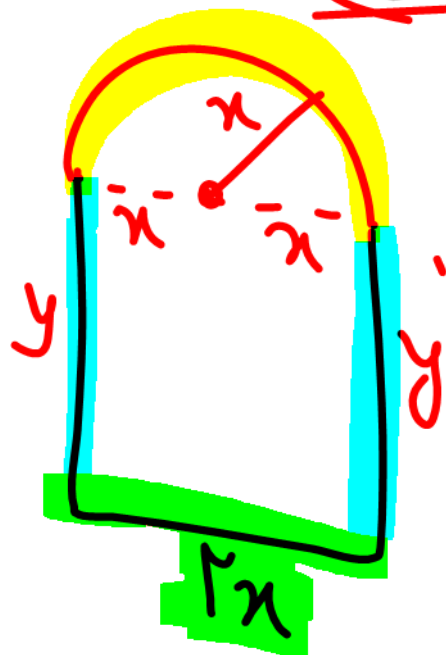
$$x = 5 \rightsquigarrow y = 5 - 10 = -5$$



مجموعه سوالات و پاسخ‌ها
فصل ۱۰
تفاضل و جمع
الجرایم
المتوسطات
الاحتمال
الهندسة
الجبر
الاعداد
المنطق
المنطق
المنطق

$$x = \frac{9/2}{\pi + 2} = \frac{9}{2\pi + 4}$$

۴ در برخی بناهای تاریخی کشورمان پنجره‌هایی وجود دارد که به شکل یک مستطیل و نیم دایره‌ای بر روی آن می‌باشد به طوری که قطر نیم دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط یک چنین پنجره‌ای $4/5$ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.



$$\pi x + 2x + 2y = 4.5 \Rightarrow 2y = 4.5 - 2x - \pi x$$

$$S = \frac{1}{2} \pi x^2 + 2xy \quad \text{نوردهی}$$

$$S = \frac{1}{2} \pi x^2 + x \left(\frac{9}{2} - 2x - \pi x \right)$$

$$S = \left(-2 - \frac{\pi}{2} \right) x^2 + \frac{9}{2} x \Rightarrow S' = (-2 - \pi)x + \frac{9}{2} = 0$$



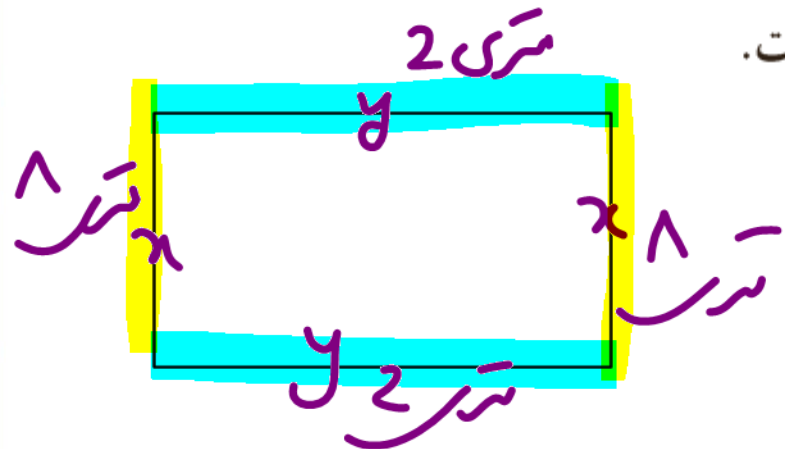


$$\pi y = 10000 \Rightarrow y = \frac{10000}{\pi}$$

۱ کشاورزی می خواهد دور یک مزرعه مستطیل شکل به مساحت ثابت ۱۰۰۰۰ متر مربع را دیوارکشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی ۲ میلیون تومان و هزینه هر متر دیوارهای شرقی و غربی ۸ میلیون تومان است.

الف) هزینه مورد نیاز برای انجام این کار را به صورت یک تابع بنویسید.

ب) ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوارکشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟



$$\text{Cost} = 2y + 2y + 8x + 8x = 4y + 16x$$

$$C(x) = 4\left(\frac{10000}{x}\right) + 16x$$

$$C'(x) = \frac{-40000}{x^2} + 16 = 0 \Rightarrow 16x^2 = 40000 \Rightarrow x = 500$$

$$\Rightarrow x = 500$$





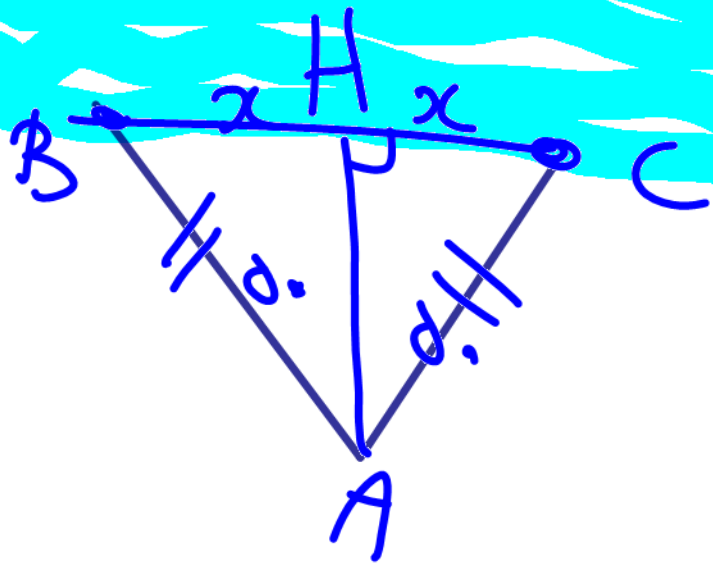
$$S = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 50 \cdot \sin \alpha \Rightarrow S_{MAX} = 1250 \text{ m}^2$$

حرکت ۱

۲ الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را زرده‌کشی کنیم به طوری که قاعده مثلث منطبق بر رودخانه باشد. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر زرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیشترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟

$$S_{MAX} = 1250 \text{ m}^2$$

ب) بدون استفاده از مشتق نیز، این مسئله را حل کنید.



$$S = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{2x \sqrt{1000 - x^2}}{2}$$

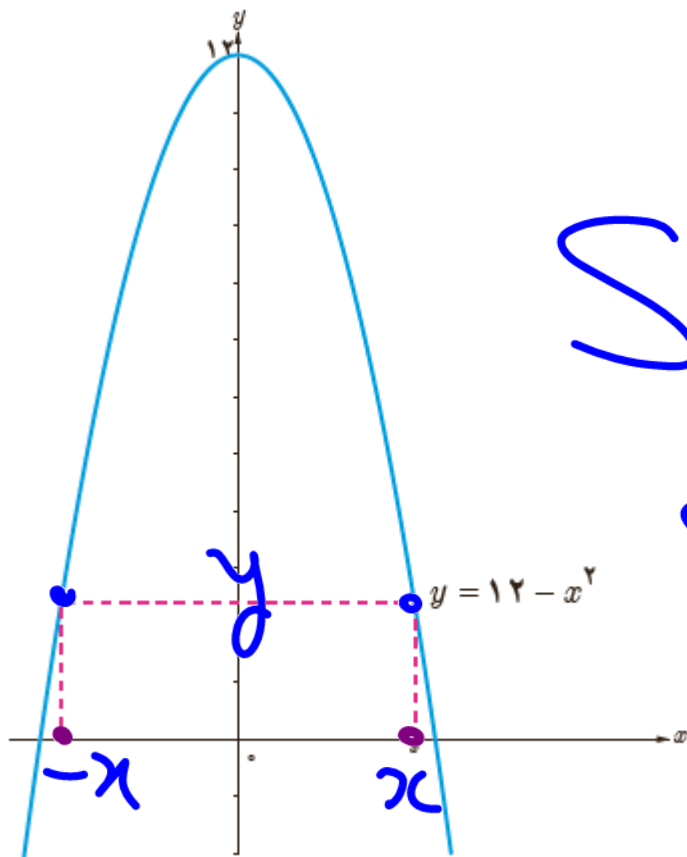
$$S(x) = x \sqrt{1000 - x^2} = \sqrt{1000x^2 - x^4}$$

$$x^2 = \frac{1000}{2} = \frac{1000}{2} \Rightarrow x = \frac{50}{\sqrt{2}}$$

$$S' = \frac{1000x - 2x^3}{2\sqrt{1000 - x^2}} = 0 \Rightarrow x(1000 - 2x^2) = 0$$



۳ ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند.



$$S = 2xy = 2x(12 - x^2) = 24x - 2x^3$$

$$S' = 24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 4 = x^2 \Rightarrow x = 2$$

x	2	2
S	$-$	$+$

↙ max ↘

$$x = 2, y = 8, S_{\max} = 32$$

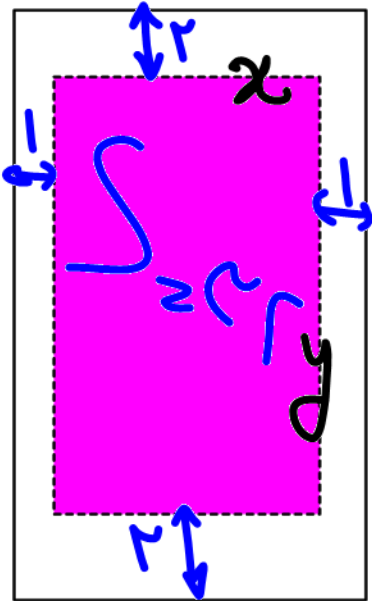




کمترین صفحه

$$S_{\text{متن}} = xy = 22 \Rightarrow y = \frac{22}{x}$$

۴ هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت 22 cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایینی هر صفحه 2 cm و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی‌متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.



$$S_{\text{صفحه}} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$= (x+2)(y+2)$$

$$S = (x+2)\left(\frac{22}{x} + 2\right) = 22 + 2x + \frac{44}{x} + 4$$

$$S' = 2 - \frac{44}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 44 \Rightarrow x = 2$$

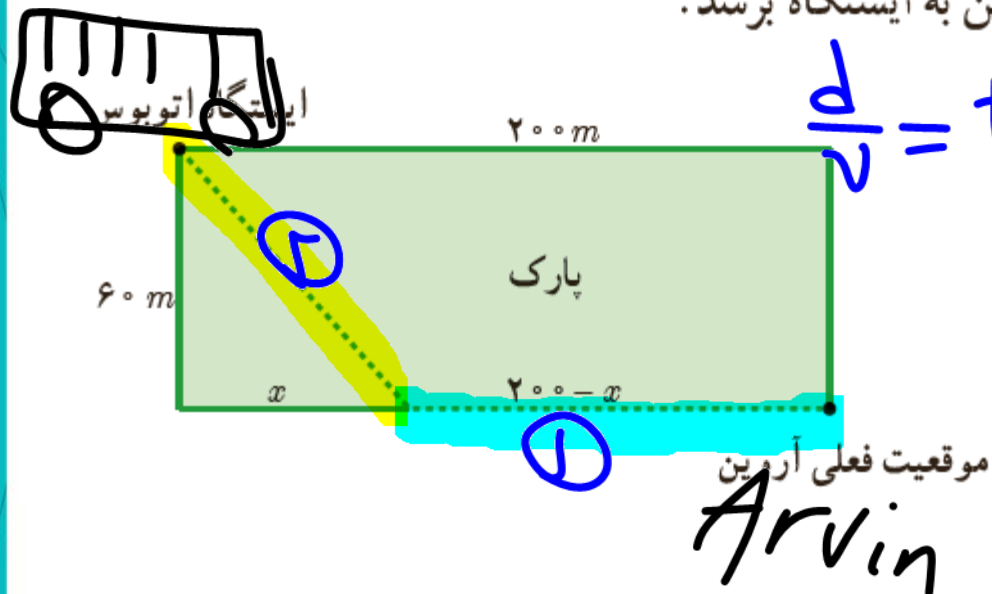
$$y = 11$$



فصل ۱۰
مشتق
تفاضل و انتگرال
هندسه
جبر
عربی

$$\frac{-1}{3} + \frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 36}} = 0 \Rightarrow$$

۵ آروین می خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در ۲۰۰ متری غرب و ۶۰ متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می تواند با سرعت ۳ متر بر ثانیه از پیاده رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می تواند از درون پارک و تنها با سرعت ۲ m/s عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کمترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.



$$\frac{d}{v} = t_1 = \frac{200 - x}{3}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + 6^2}}{2}$$

$$t_{\text{کل}} = \frac{200 - x}{3} + \frac{\sqrt{x^2 + 36}}{2}$$

$$t' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{36 + x^2}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{36 + x^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = 24\sqrt{5}$$

